

Bab 2

Berbagai Teknik Optimasi dan Peralatan Manajemen Baru



Pendahuluan

“Ekonomi Manajerial sebagai penerapan teori ekonomi dan peralatan ilmu pengambilan keputusan untuk mempelajari bagaimana suatu perusahaan dapat mencapai tujuan dan maksudnya dengan cara yang lain yg efisien”

- ▣ **Tujuan:** Maksimisasi laba/nilai perusahaan atau meminimumkan biaya dengan kendala tertentu



Memberikan alternatif pemecahan (solusi) terbaik bagi masalah yang dihadapi.

TEKNIK OPTIMASI

Metode untuk memaksimumkan atau meminimumkan fungsi tujuan perusahaan

Metode Menggambarkan Hubungan Ekonomi

Hubungan Ekonomi dapat digambarkan:

1. Bentuk Persamaan
2. Tabel
3. Grafik

Hubungannya sederhana



Tabel & Grafik

Hubungannya Rumit



Bentuk Persamaan

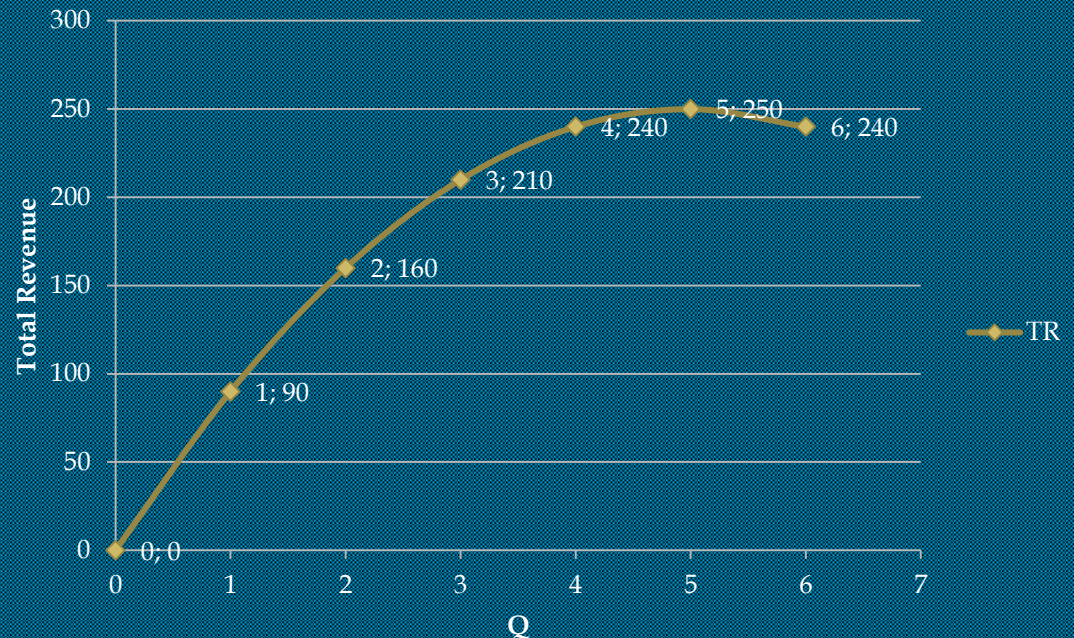
Contoh Metode

Bentuk Persamaan: $TR = 100Q - 10Q^2$

Tabel Penerimaan Total Perusahaan

Q	$100Q - 10Q^2$	TR
0	$100(0) - 10(0)^2$	0
1	$100(1) - 10(1)^2$	90
2	$100(2) - 10(2)^2$	160
3	$100(3) - 10(3)^2$	210
4	$100(4) - 10(4)^2$	240
5	$100(5) - 10(5)^2$	250
6	$100(6) - 10(6)^2$	240

Grafik Penerimaan Total Perusahaan



Hubungan Biaya Total, Rata-Rata & Marginal

- ▣ Hubungan konsep dan ukuran total, rata-rata dan marginal penting dalam analisis optimasi.
- ▣ Hubungan ini akan digunakan apabila kita berbicara tentang penerimaan, produksi, biaya atau laba

Term Biaya		
TC	Total Cost	Total Biaya
AC	Average Cost	Biaya rata2
MC	Marginal Cost	Biaya Marginal

Term Penerimaan		
TR	Total Revenue	Penerimaan Total
AR	Average Revenue	Penerimaan Rata-rata
MR	Marginal Revenue	Penerimaan Marginal

Hubungan Biaya Total, Rata-rata & Marginal

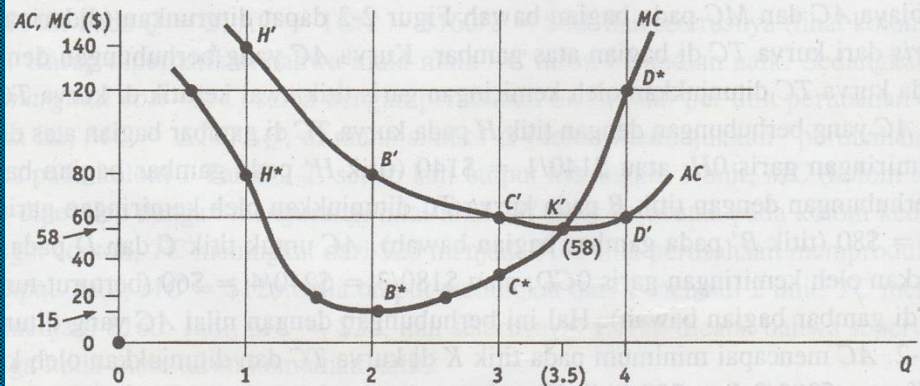
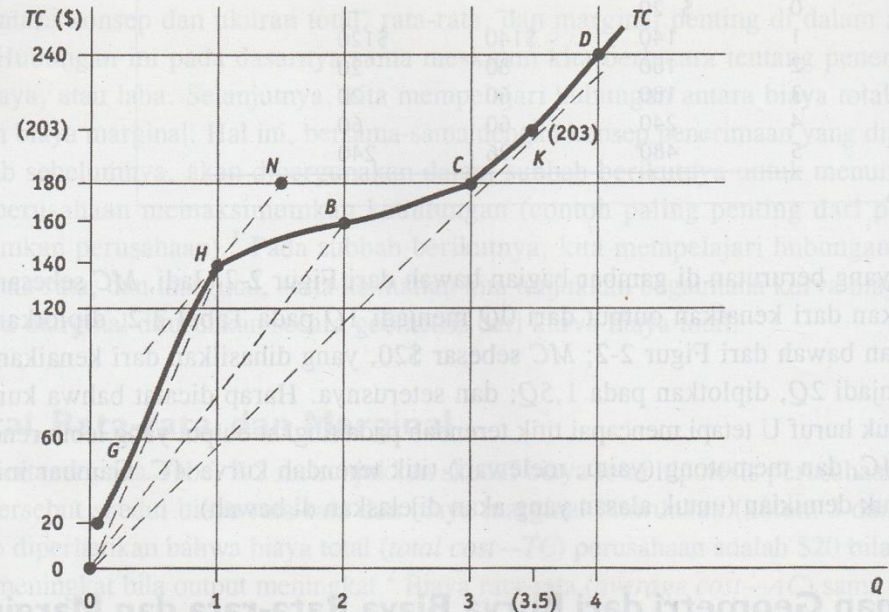
Biaya Total, Rata-rata, dan Marginal suatu Perusahaan

Q	TC	AC	MC
0	\$ 20	—	—
1	140	\$140	\$120
2	160	80	20
3	180	60	20
4	240	60	60
5	480	96	240

$AC = \text{Biaya total dibagi Output} = TC/Q$
 $MR = \text{Perubahan Biaya Total Perunit dibagi Perubahan Output} = \Delta TC / \Delta Q$

- AC turun sampai ke titik K kemudian naik
- Bila MC lebih rendah dari AC, AC Turun
- Bila MC lebih besar dari AC, AC akan naik
- MC = AC pada titik terendah AC

Kurva Biaya Total, Rata-rata, dan Marginal serta Hubungannya



Analisis Optimasi

- ▣ **Analisis Optimasi** adalah analisis yang digunakan untuk mempelajari proses perusahaan dalam menentukan tingkat output yang memaksimumkan laba
- ▣ Terdapat beberapa cara:
 1. Maksimisasi Laba dengan pendekatan Penerimaan Total & Biaya Total
 2. Optimasi dengan Analisis Marginal
 3. Optimasi dengan Kalkulus Diferensial (dengan Konsep Diferensial & Turunan)

Dua Pendekatan Optimasi: TR vs TC & Analisis Marginal

1. Maksimisasi Laba dengan pendekatan Penerimaan Total & Biaya Total

$$\pi = TR - TC$$

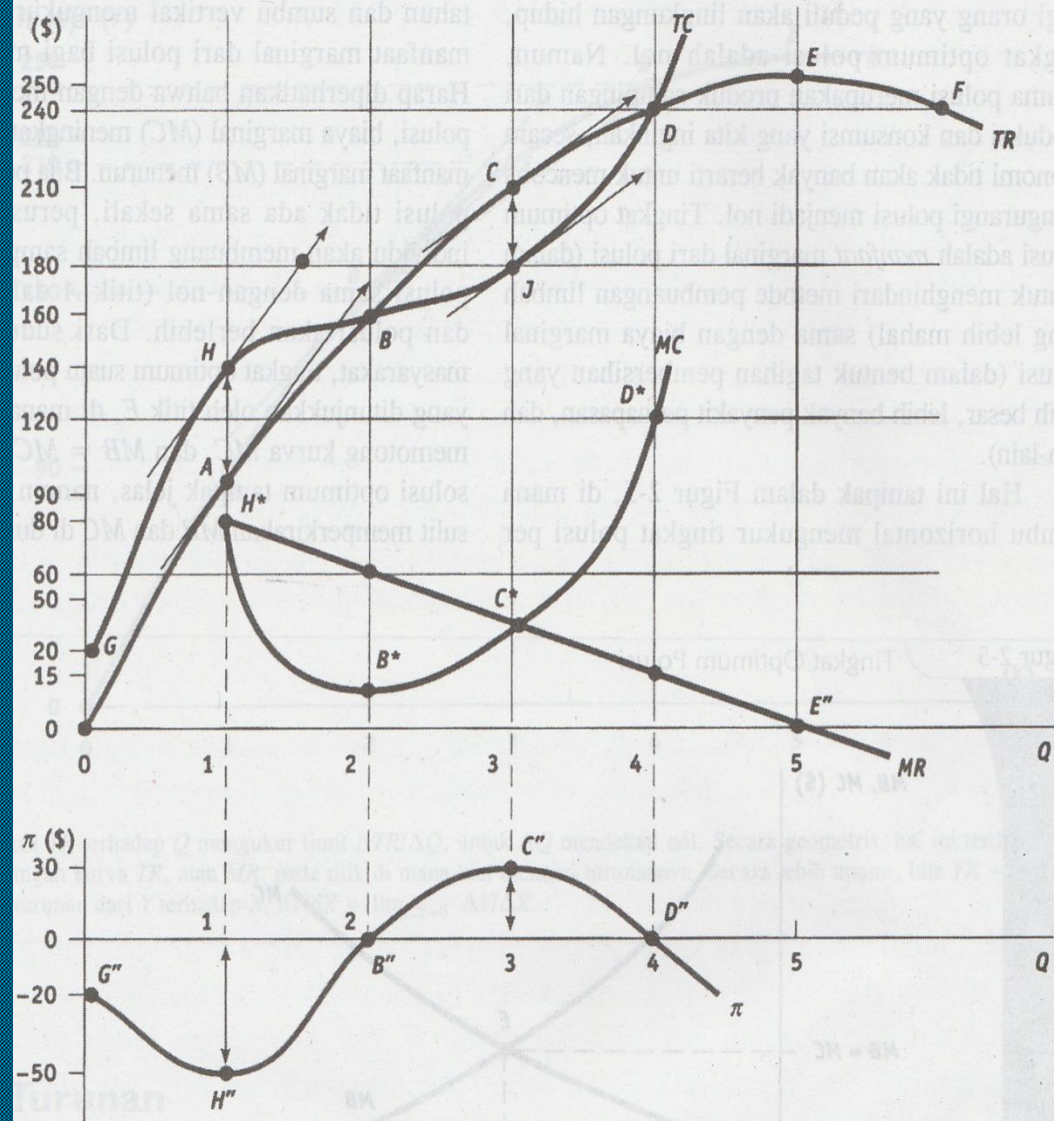
π = Laba Total

TR = Pendapatan Total

TC = Biaya Total

2. Optimasi Dengan Analisis Marginal:

- Perusahaan **memaksimumkan laba total** pada $Q=3$, dimana selisih TR & TC terbesar, **MR = MC**,
- dan fungsi π berada pada titik tertinggi



Kalkulus Diferensial

- ▣ Bermanfaat bagi masalah optimisasi terkendala.
- ▣ Fungsi $Y = f(X)$
- ▣ Jika menunjukkan perubahan nilai maka menggunakan tanda Δ sehingga menjadi ΔX dan ΔY

Konsep Turunan

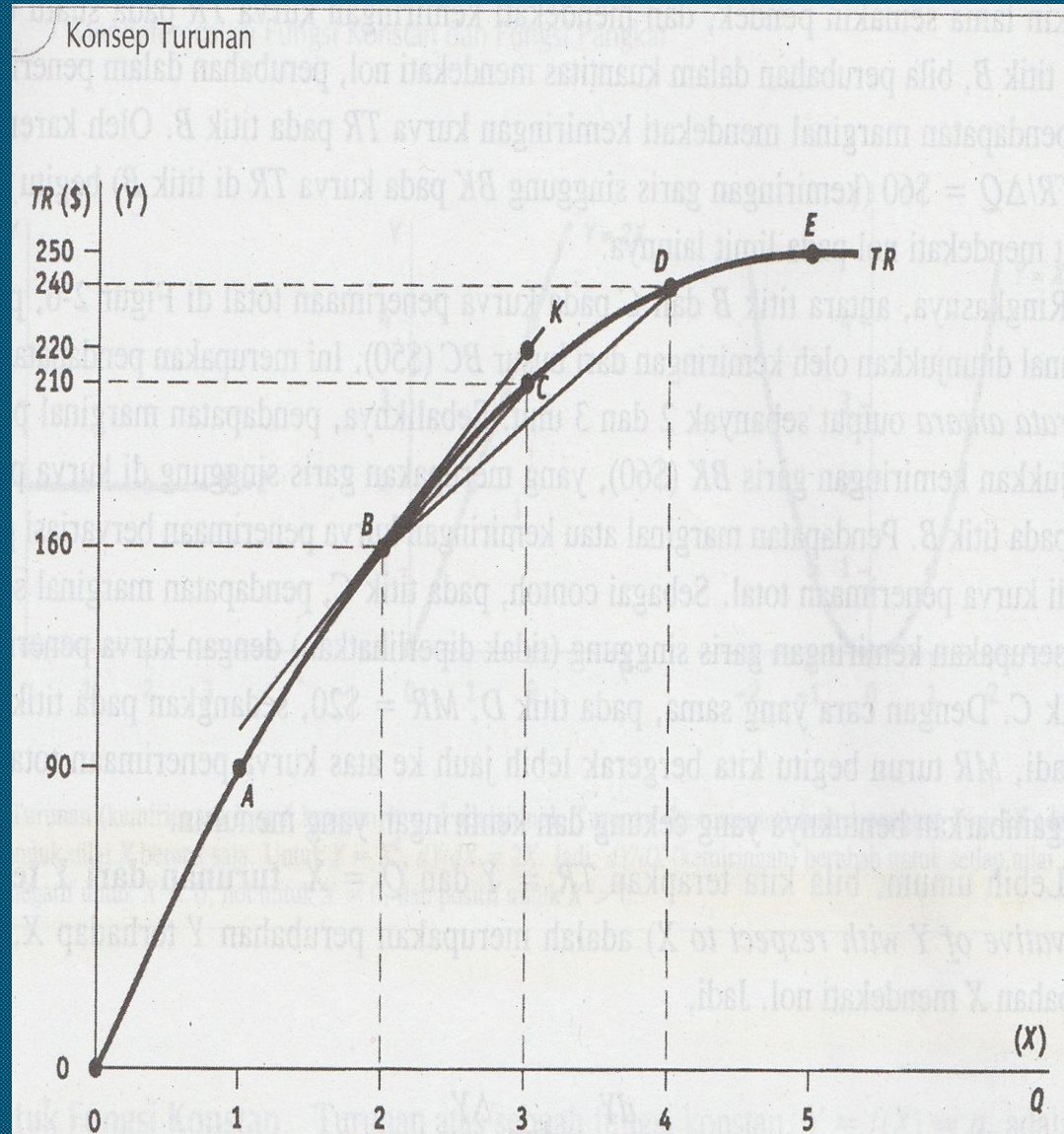
▣ Marginal

$$Y = \Delta Y - \Delta X$$

$$\Delta Y - \Delta X = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1}$$

▣ Jika Diturunkan

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta Y}{\Delta X}$$



Aturan Fungsi Diferensial

Tabel 2-4

Aturan Fungsi Diferensiasi

Fungsi	Turunan
1. Fungsi konstan $Y = a$	$\frac{dY}{dX} = 0$
2. Fungsi pangkat $Y = aX^b$	$\frac{dY}{dX} = b \cdot a \cdot X^{(b-1)}$
3. Fungsi penjumlahan dan pengurangan $Y = U \pm V$	$\frac{dY}{dX} = \frac{dU}{dX} \pm \frac{dV}{dX}$
4. Hasil dua fungsi $Y = U \cdot V$	$\frac{dY}{dX} = U \frac{dV}{dX} + V \frac{dU}{dX}$
5. Pembagian dua fungsi $Y = \frac{U}{V}$	$\frac{dY}{dX} = \frac{V(dU/dX) - U(dV/dX)}{V^2}$
6. Fungsi dari fungsi $Y = f(U)$, di mana $U = g(X)$	$\frac{dY}{dX} = U \frac{dY}{dU} + V \frac{dU}{dX}$

Optimasi Kalkulus

- ▣ Menentukan maksimum atau minimum dengan kalkulus

Kita menggunakan turunan pertama:

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta Y}{\Delta X}$$

- ▣ Membedakan antara maksimum & minimum

Kita Menggunakan Turunan Kedua

Aturannya:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta Y}{\Delta X}$$

- Bila turunan kedua positif, kita memiliki nilai minimum
- Bila turunan Kedua Negatif, kita memiliki nilai negatif

Menentukan Maksimum atau Minimum dengan Kalkulus

SOAL:

Fungsi permintaan dan biaya

$$P = 1000 - Q \text{ dan } TC = 50000 + 100 Q$$

Tentukan:

- Q, P dan π pada tingkat output yang memaksimumkan TR jangka pendek.
- Q, P dan π pada tingkat output yang memaksimumkan π jangka pendek

a. $TR = PQ = 1000Q - Q^2$

$$TR \text{ Marginal} = 1000 - 2Q$$

$$Q = 500$$

$$P = 1000 - 500 = 500$$

$$\begin{aligned} \text{Keuntungan} &= 1000(500) - 500^2 - 50000 - 100(500) \\ &= 500.000 - 250.000 - 50.000 - 50.000 = 150.000 \end{aligned}$$

b. $\text{Keuntungan} = TR - TC$

$$= 1.000Q - Q^2 - 50.000 - 100 Q = 900Q - Q^2 - 50.000$$

$$\text{Keuntungan Marginal} = 900 - 2Q$$

$$Q = 450$$

$$\text{Keuntungan} = 450.000 - 202.500 - 50.000 - 45.000 = 152.500$$

Membedakan antara Maksimum & Minimum

Contoh.

$$TR = 41,5Q - 1,1Q^2$$

$$TC = 150 + 10Q - 0,5Q^2 + 0,02Q^3$$

$$\Pi = TR - TC$$

$$\Pi = 41,5Q - 1,1Q^2 - 150 - 10Q + 0,5Q^2 - 0,02Q^3$$

$$\Pi = -150 + 31,5Q - 0,6Q^2 - 0,02Q^3$$

Derivatif pertama

$$\frac{d\Pi}{dQ} = 31,5 - 1,2Q - 0,06Q^2$$

Fungsi tersebut maksimum atau minimum pada profit marginal saman dengan 0

$$0 = 31,5 - 1,2Q - 0,06Q^2$$

$$X = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$X_1 = -35 \text{ unit dan } X_2 = 15 \text{ unit}$$

Derivatif kedua (derivatif fungsi profit marginal) menjadi

$$\frac{d^2\Pi}{dQ^2} = 1,2 - 0,12Q$$

Dengan menggunakan persamaan derivative kedua, maka dapat diketahui titik maksimum dan minimum

$$Q_1 = -35 \Rightarrow \frac{d^2\Pi}{dQ^2} = 1,2 - 0,12Q \Rightarrow = 5,4 \text{ (maksimum)}$$

$$Q_2 = 15 \Rightarrow \frac{d^2\Pi}{dQ^2} = 1,2 - 0,12Q \Rightarrow = -0,6 \text{ (minimum)}$$

Optimasi Terkendala

- ▣ Sebagian besar manajer menghadapi kendala dalam keputusan optimasi
- 1. Perusahaan menghadapi keterbatasan kapasitas produksi
- 2. Perusahaan menghadapi keterbatasan ketersediaan tenaga ahli dan bahan mentah

Masalah Optimasi terkendala dapat dipecahkan dengan:

1. Optimasi Terkendala dengan Substitusi
2. Optimasi Terkendala dengan Metode Pengali Lagrange

Optimasi Terkendala dengan Substitusi

Contoh:

Sebuah perusahaan memproduksi produknya dengan menggunakan dua pabriknya dan bekerja dengan fungsi biaya total (TC) sebagai berikut:

$$TC = 3X^2 + 6Y^2 - XY$$

X = output dan pabrik yang pertama

Y = output dan pabrik yang kedua

Manajemen tunduk kepada kendala bahwa produk total harus 20 unit.

Jawab:

$$\text{Minimumkan } TC = 3X^2 + 6Y^2 - XY$$

$$\text{dengan kendala: } X + Y = 20$$

Dengan menyelesaikan kendala X dan mensubstitusikan nilai tersebut ke dalam fungsi tujuan maka:

$$\begin{aligned} TC &= 3(20 - Y)^2 + 6Y^2 - (20 - Y)Y \\ &= 3(400 - 40Y + Y^2) + 6Y^2 - (20Y - Y^2) \\ &= 1200 - 120Y + 3Y^2 + 6Y^2 - 20Y + Y^2 \\ &= 1200 - 140Y + 10Y^2 \end{aligned}$$

Menggunakan fungsi turunan:

$$\frac{dTC}{dY} = -140 + 20Y = 0$$

$$20Y = 140$$

$$Y = 7$$

Dengan memasukkan 7 ke dalam Y di dalam persamaan kendala memungkinkan kita untuk menentukan kuantitas optimum yang diproduksi oleh pabrik X.

$$X + 7 = 20$$

$$X = 13$$

Oleh karena itu, produksi output 13 unit pada pabrik X dan 7 unit pada pabrik Y adalah kombinasi biaya terendah dalam menghasilkan 20 unit produk. Biaya total (TC) tersebut adalah:

$$\begin{aligned} TC &= 3(13)^2 + 6(7)^2 - (13 \times 7) \\ &= 507 + 294 - 91 \\ &= 710 \end{aligned}$$

Optimasi Terkendala dgn Metode Lagrange

Contoh : Sebuah pabrik menghasilkan dua tipe mesin berat yakni x dan y .

Fungsi produksinya adalah:

$$P(x, y) = x^2 + 2y^2 - xy.$$

Untuk meminimumkan biaya berapa banyak mesin dari tiap-tiap tipe harus diproduksi, apabila jumlah produksi mesin ini harus 8 buah.

Penyelesaian :

Fungsi Lagrange adalah :

$$L(x, y, \lambda) = x^2 + 2y^2 - xy + \lambda(x + y - 8)$$

Menentukan syarat perlu untuk mendapatkan titik ekstrim:

$$\begin{aligned}\frac{\partial L}{\partial x} &= 2x - y + \lambda = 0 \\ -\lambda &= 2x - y \dots\dots\dots(1)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial L}{\partial y} &= 4y - x + \lambda = 0 \\ -\lambda &= 4y - x \dots\dots\dots(2)\end{aligned}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = x + y - 8 = 0 \dots\dots\dots(3)$$

Dari persamaan (1) dan (2) diperoleh:

$$2x - y = 4y - x \text{ atau } 3x = 5y \text{ atau } y = \frac{3x}{5}.$$

Substitusi $y = \frac{3x}{5}$ ke persamaan (3) diperoleh :

$$x + \left(\frac{3x}{5}\right) = 8$$

Jadi $x=5$ dan $y=3$ dengan nilai $P(x,y)=28$.

END

...